

2015年理(数学科)第2問

2  $0 < a < b$  を満たす実数  $a, b$  に対し, 曲線  $y = \frac{1}{x}$ ,  $x$  軸及び2直線  $x = a, x = b$  で囲まれた図形の面積を  $S(a, b)$  で表す. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $n$  を自然数とする.  $S(n, 3n)$  を求め, この値は  $n$  によらないことを示せ.
- (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} S(n, n + \sqrt{n}) = 0$  が成り立つことを示せ.
- (3) 次の極限值を求めよ.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{2n} S(n, n+k)$$