慶應義塾大学

2016年 薬学部 第1問

1 次の問いに答えよ．

(1) 整式 $P(x)$ は実数を係数にもつ x の3次式であり，x^3 の係数は1である．$P(x)$ を $x-7$ で割ると8余り，$x-9$ で割ると12余る．方程式 $P(x)=0$ は $a+bi$ を解に持つ．a，b は1桁の自然数であり，i は虚数単位とする．
ただし a，b の組み合わせは，$2a+b$ が連続する2つの整数の積の値と等しくなるもののうち，$a-b$ が最大となるものとする．このとき，

(i) 整式 $P(x)$ を $(x-7)(x-9)$ で割ると，余りは $\boxed{1}x-\boxed{2}$ である．

(ii) $a=\boxed{3}$，$b=\boxed{4}$ であり，方程式 $P(x)=0$ の実数解は $\boxed{5}$ である．

(2) xy 平面上に曲線 $C_1: y=-x^2-x+8$ がある．C_1 上の動点Aを点 $(1,\ 2)$ に関して対称移動した点Bの軌跡を C_2 とする．
C_1 と C_2 の2つの交点P，Qの x 座標をそれぞれ α，β $(\alpha<\beta)$ とし，また，C_1，C_2 と直線 $x=k$ との交点をそれぞれR，Sとする．ただし，k は $\alpha<k<\beta$ を満たす実数とする．このとき，

(i) C_2 の方程式は $y=x^2-\boxed{6}x+\boxed{7}$ である．

(ii) 三角形QRSの面積は $k=\dfrac{\boxed{8}}{\boxed{9}}$ で最大となる．

(3) xy 平面上に，原点Oを中心とする単位円 C と，y 軸の正の部分を始線として点Oを中心に回転する2つの動径 L_1，L_2 がある．円 C と L_1，L_2 との交点をそれぞれP，Qとする．動径 L_1，L_2 の表す角をそれぞれ θ_1，θ_2 とおき，$\theta_1=2\pi t$，$\theta_2=-\pi t$ とする．ただし t は，$t \geqq 0$ を満たす実数である．このとき，

(i) 点Pと点Qが一致する t のうち，$t=0$ を除く最小の t の値は $\dfrac{\boxed{10}}{\boxed{11}}$ である．

(ii) 点Pの y 座標と点Qの y 座標の和の最小値は $\dfrac{\boxed{12}\boxed{13}}{\boxed{14}}$ である．

(4) 直角三角形AOB（$\angle\mathrm{AOB}=90^\circ$）に内接する半径 r の円の中心をPとする．辺ABと円の接点をQとし，線分AQの長さを a，線分BQの長さを b とする．三角形AOBに対して，自然数 l，m，n $(n<m<l)$ は，$l\overrightarrow{\mathrm{OP}}+m\overrightarrow{\mathrm{AP}}+n\overrightarrow{\mathrm{BP}}=\overrightarrow{0}$ を満たす．このとき，

(i) 三角形AOBの3辺の長さの合計は $\boxed{15}a+\boxed{16}b+\boxed{17}r$ である．

(ii) $l=17$ のとき，$m=\boxed{18}\boxed{19}$，$n=\boxed{20}$ であり，$\dfrac{a}{b}=\dfrac{\boxed{21}}{\boxed{22}\boxed{23}}$ である．