

2012年工学部第4問

4  $a, b, c, d$  は実数とし, 行列  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -d & c \\ b & -a \end{pmatrix}$  とする.  $A^2 + A + E = O$  が成り立つとき, 次の問いに答えよ. ただし,  $E$  は単位行列,  $O$  は零行列とする.

- (1)  $a + d$  および  $ad - bc$  の値を求めよ.
- (2)  $A^3, A^6, B^3, B^6$  を求めよ.
- (3)  $B^{3n}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を推測し, その推測が正しいことを数学的帰納法を用いて示せ.