



2013年理系1第2問

2 以下の問いに答えよ。

- (1) $x \geq 0, y > 0, a > b$ のとき, $b \leq \frac{ax+by}{x+y}$ であることを示せ.
- (2) $x \geq 0, y > 0, a > b$ で $(x+y)^2 = ax+by$ とする. $s = x+y$ とおくと, a, b, s の大小関係を求めよ.
- (3) $x \geq 0, y > 0, z \geq 0, a > b > c$ で $(x+y+z)^2 = ax+by+cz$ とする. $t = x+y+z$ とおくと, a, c, t の大小関係を求めよ.

$$(1) \quad b = \frac{b(x+y)}{x+y} = \frac{bx+by}{x+y} \leq \frac{ax+by}{x+y} \quad \square$$

等号は $x=0$ のとき成立

$$(2) \quad a = \frac{a(x+y)}{x+y} = \frac{ax+ay}{x+y} > \frac{ax+by}{x+y} \quad (1) \text{ と合わせて, } b \leq \frac{ax+by}{x+y} < a$$

$$\text{一方, } (x+y)^2 = ax+by \text{ より } s = \frac{ax+by}{x+y} \quad \therefore \underline{b \leq s < a} //$$

$$(3) \quad c = \frac{c(x+y+z)}{x+y+z} < \frac{ax+by+cz}{x+y+z}$$

$$a = \frac{a(x+y+z)}{x+y+z} > \frac{ax+by+cz}{x+y+z}$$

$$\therefore c < \frac{ax+by+cz}{x+y+z} < a$$

$$\text{一方, } t = \frac{ax+by+cz}{x+y+z} \text{ より } \underline{c < t < a} //$$