

2016年 基幹理工・創造理工・先進理工 第3問

3 複素数  $z$  に対して

$$f(z) = \alpha z + \beta$$

とする。ただし、 $\alpha, \beta$  は複素数の定数で  $\alpha \neq 1$  とする。

$$f^1(z) = f(z), \quad f^n(z) = f(f^{n-1}(z)) \quad (n = 2, 3, \dots)$$

と定める。次の問に答えよ。

- (1)  $f^n(z)$  を  $\alpha, \beta, z, n$  を用いて表せ。
- (2)  $|\alpha| < 1$  のとき、すべての複素数  $z$  に対して

$$\lim_{n \rightarrow \infty} |f^n(z) - \delta| = 0$$

が成り立つような複素数の定数  $\delta$  を求めよ。

- (3)  $|\alpha| = 1$  とする。複素数の列  $\{f^n(z)\}$  に少なくとも3つの異なる複素数が現れるとき、これらの  $f^n(z)$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) は複素数平面内のある円  $C_z$  上にある。円  $C_z$  の中心と半径を求めよ。