

2015年人間社会学部第1問

1  $a$  を実数とする. 関数

$$f(x) = \cos 2x + 4a \sin x - 2a$$

の最大値および最小値を求めよ.

$$\begin{aligned} f(x) &= 1 - 2\sin^2 x + 4a \sin x - 2a \\ &= -2\sin^2 x + 4a \sin x - 2a + 1 \end{aligned}$$

ここで,  $t = \sin x$  とおき,  $f(x)$  を  $t$  で表したものを  $g(t)$  とおくと,

$$\begin{aligned} g(t) &= -2t^2 + 4at - 2a + 1 \\ &= -2(t-a)^2 + 2a^2 - 2a + 1 \end{aligned}$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \text{ より, } -1 \leq t \leq 1$$

(i)  $a < -1$  のとき

$$\text{最大値は } g(-1) = -6a - 1, \text{ 最小値は } g(1) = 2a - 1$$

(ii)  $-1 \leq a < 0$  のとき.

$$\text{最大値は } g(a) = 2a^2 - 2a + 1, \text{ 最小値は } g(1) = 2a - 1$$

(iii)  $0 \leq a < 1$  のとき.

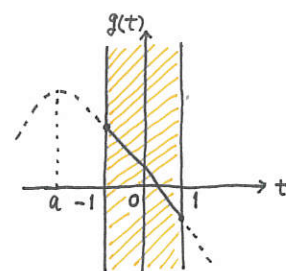
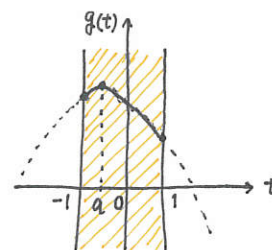
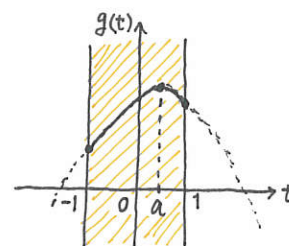
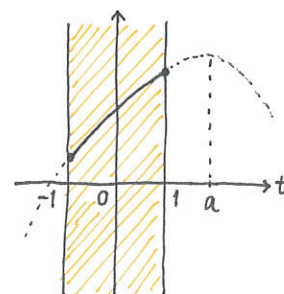
$$\text{最大値は } g(a) = 2a^2 - 2a + 1, \text{ 最小値は } g(-1) = -6a - 1$$

(iv)  $1 \leq a$  のとき.

$$\text{最大値は } g(1) = 2a - 1, \text{ 最小値は } g(-1) = -6a - 1$$

(i) ~ (iv) をまとめて

$$\begin{cases} a < -1 \text{ のとき. 最大値 } -6a - 1, \text{ 最小値 } 2a - 1 \\ -1 \leq a < 0 \text{ のとき. 最大値 } 2a^2 - 2a + 1, \text{ 最小値 } 2a - 1 \\ 0 \leq a < 1 \text{ のとき. 最大値 } 2a^2 - 2a + 1, \text{ 最小値 } -6a - 1 \\ 1 \leq a \text{ のとき. 最大値 } 2a - 1, \text{ 最小値 } -6a - 1 \end{cases}$$

(i)  $a < -1$  のとき(ii)  $-1 \leq a < 0$  のとき(iii)  $0 \leq a < 1$  のとき.(iv)  $1 \leq a$  のとき