



2013年薬学部第3問

3 実数を成分とする行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ は,

$$A^3 - 3A + 2E = O, \quad A \neq -2E \text{ かつ } a + d \neq 2$$

を満たすとする. ただし, E は単位行列 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, O は零行列 $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ を表すとする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) A は単位行列 E の実数倍ではないことを示せ.
- (2) $a + d$, $ad - bc$ の値を求めよ.
- (3) A の逆行列を A^{-1} として, 自然数 n に対して, 実数 p_n, q_n を等式 $(A^{-1})^n = p_n A + q_n E$ で定める. さらに, $r_n = q_n - 2p_n$ とするとき, 無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} r_n$ の和を求めよ.