



2011年理系第4問

4 n を2以上の自然数, q と r を自然数とする. 1 から nq までの番号がついた nq 個の白玉, 1 から nr までの番号がついた nr 個の赤玉を用意する. これら白玉と赤玉を, 1 番から n 番まで番号づけられた n 個の箱それぞれに, 小さい番号から順に白玉は q 個ずつ, 赤玉は r 個ずつ配分しておく. たとえば, 1 番目の箱には番号1 から q の白玉と番号1 から r までの赤玉が入っている. これら $n(q+r)$ 個の玉を n 個の箱に以下のように再配分する. 1 番の箱から1個の玉を取り出して2番の箱に移し, 次に2番の箱から1個の玉を取り出して3番の箱に移す. 同様の操作を順次繰り返し最後に n 番の箱に1個の玉を移して終了する. このようにして実現され得る再配分の総数を s_n とし, n 番の箱の白玉が $q+1$ 個であるような再配分の総数を a_n とする.

- (1) a_3 と a_3 を求めよ.
- (2) s_n を求めよ.
- (3) $a_{n+1} - a_n$ を求めよ.
- (4) a_n を求めよ.