

南山大学

2015年 理工学部 第2問

2 $\triangle OAB$ において、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 、 $\angle AOB = \theta$ ($0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$)とする。さらに、辺 OA を $t : (1-t)$ に内分する点を P 、辺 OB を $(1-t) : t$ に内分する点を Q とする。ただし、 $0 < t < 1$ である。

- (1) ベクトル \overrightarrow{OP} と \overrightarrow{OQ} を \vec{a} 、 \vec{b} 、 t を用いて表せ。
- (2) $\triangle OPQ$ の面積を \vec{a} 、 \vec{b} 、 t 、 θ を用いて表せ。
- (3) $\triangle OPQ$ の面積が $\triangle OAB$ の面積の $\frac{1}{5}$ となる t の値を求めよ。
- (4) $0 < \vec{b} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) < |\vec{a} + \vec{b}|^2$ が成り立つことを示せ。
- (5) 線分 PQ の長さが最小となる t の値を \vec{a} 、 \vec{b} を用いて表せ。