



2014年第2問

 数理  
石井K

2  $E$  を 2 次の単位行列,  $O$  を 2 次の零行列とする. 正の実数  $a$  に対して, 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & -a \\ a & 1 \end{pmatrix}$  が

$$A^2 - 2A + 4E = O$$

をみたすとき, 以下の問いに答えよ.

- (1)  $a$  を求めよ.  
 (2)  $A^3$  を求めよ.  
 (3)  $A^8$  を求めよ.

$$(1) A^2 = \begin{pmatrix} 1 & -a \\ a & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -a \\ a & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-a^2 & -2a \\ 2a & 1-a^2 \end{pmatrix}$$

$$\therefore A^2 - 2A + 4E = \begin{pmatrix} 3-a^2 & 0 \\ 0 & 3-a^2 \end{pmatrix} \quad \therefore a > 0 \text{ より } \underline{a = \sqrt{3}} //$$

$$(2) A^2 - 2A + 4E = O \text{ より}$$

$$A^3 = 2A^2 - 4A \\ = -8E$$

$$\therefore A^3 = \underline{\begin{pmatrix} -8 & 0 \\ 0 & -8 \end{pmatrix}} //$$

$$(3) A^8 = A^2 \cdot A^6$$

$$(2) \text{ より } A^6 = 64E$$

$$\therefore A^8 = 64A^2 \\ = 64 \begin{pmatrix} -2 & -2\sqrt{3} \\ 2\sqrt{3} & -2 \end{pmatrix} \\ = \underline{\begin{pmatrix} -128 & -128\sqrt{3} \\ 128\sqrt{3} & -128 \end{pmatrix}} //$$