



2010年第1問

1 実数 p, q, r に対して, 3次多項式 $f(x)$ を $f(x) = x^3 + px^2 + qx + r$ と定める. 実数 a, c , および 0 でない実数 b に対して, $a + bi$ と c はいずれも方程式 $f(x) = 0$ の解であるとする. ただし, i は虚数単位を表す.

(1) $y = f(x)$ のグラフにおいて, 点 $(a, f(a))$ における接線の傾きを $s(a)$ とし, 点 $(c, f(c))$ における接線の傾きを $s(c)$ とする. $a \neq c$ のとき, $s(a)$ と $s(c)$ の大小を比較せよ.

(2) さらに, a, c は整数であり, b は 0 でない整数であるとする. 次を証明せよ.

(a) p, q, r はすべて整数である.

(b) p が 2 の倍数であり, q が 4 の倍数であるならば, a, b, c はすべて 2 の倍数である.