



2010年 医学部 第1問

1 空間内に4点  $O, A, B, C$  があり,  $OA = OB = \sqrt{5}$ ,  $OC = 1$  である. また,  $\vec{a} = \vec{OA}$ ,  $\vec{b} = \vec{OB}$ ,  $\vec{c} = \vec{OC}$  とおくと,  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$ ,  $\vec{b} \cdot \vec{c} = 1$  が成り立っている. 2点  $A, C$  から直線  $OB$  にそれぞれ垂線を下ろし, 直線  $OB$  との交点を  $D, E$  とする. このとき, 以下の問いに答えよ.

- (1)  $\vec{DA}$ ,  $\vec{EC}$  を  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  を用いて表せ.
- (2) 内積  $\vec{a} \cdot \vec{c}$  のとりうる値の範囲を求めよ.
- (3) 4点  $O, A, B, C$  が同一平面上にない場合, 四面体  $OABC$  の体積が最大になるときの  $\vec{a} \cdot \vec{c}$  の値と体積の最大値を求めよ.