

2014年 商学部 第2問

数理
石井K

2 次の問に答えよ.

- (1) 3点 $A(-1, 0)$, B, C を頂点とする $\triangle ABC$ において, 点 B から対辺に下ろした垂線の方程式は $x-3y+2=0$ であり, 点 C から対辺に下ろした垂線の方程式は $4x+2y-5=0$ である. このとき, 3直線 AB, AC, BC の方程式を求めよ.
- (2) a を定数とする. 関数 $y = \frac{1}{2}x^3 - \frac{15}{4}x^2 + 8x + 5$ のグラフと直線 $y = 2x + a$ が共有点を3個もち, それらの x 座標がすべて正の数となるような a の値の範囲を求めよ.

(1) 直線 $x-3y+2=0$ の傾きは $\frac{1}{3}$ なので, 直線 AC の傾きは -3 .
 直線 $4x+2y-5=0$ の傾きは -2 なので 直線 AB の傾きは $\frac{1}{2}$

$\therefore AC: y = -3(x+1), AB: y = \frac{1}{2}(x+1)$ と表せる

$\therefore B$ は AB と $x-3y+2=0$ の交点なので, $\begin{cases} x-2y+1=0 \\ x-3y+2=0 \end{cases}$ を解くと,

$B(1, 1)$ 同様に $\begin{cases} -3x-y-3=0 \\ 4x+2y-5=0 \end{cases}$ を解いて, $C(-\frac{11}{2}, \frac{27}{2})$

$\therefore BC: y = \frac{1 - \frac{27}{2}}{1 + \frac{11}{2}}(x-1) + 1 \quad \therefore BC: y = -\frac{25}{13}x + \frac{38}{13}$ //

$AC: y = -3x - 3$ // $AB: y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ //

(2) $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{15}{4}x^2 + 8x + 5$ とおくと $f(x) = a$ となる a を考えればよい

$$f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{15}{2}x + 8$$

$$= \frac{3}{2}(x-1)(x-4)$$

x	...	1	...	4	...
$f''(x)$	+	0	-	0	+
$f'(x)$	↗	$\frac{31}{4}$	↘	1	↗

$\therefore x > 0$ で共有点を3個もつ a は

$$\underline{5 < a < \frac{31}{4}}$$

