0001876453218999

広島修道大学

2014年 法学部・人間環境学部 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ aを定数とし，$a>0$，$a \neq 1$とする．不等式

$$\log_{\sqrt{a}}(x-a)-\log_{a^2}4>\log_a\left(2x+\frac{1}{2}a^2-4a\right)$$

について，次の問いに答えよ．

(1) $0<a<1$のとき，この不等式を満たすxの値の範囲をaを用いて表せ．

(2) $a \geqq 4$のとき，この不等式を満たすxの値の範囲をaを用いて表せ．

(3) $1<a<4$のとき，この不等式を満たすxの値の範囲をaを用いて表せ．

(1) 真数条件より　$x>a$　かつ　$x>2a-\frac{1}{4}a^2$　$\cdots$ ①

$0<a<1$のとき．①は　$x>2a-\frac{1}{4}a^2$ $\cdots$ ②

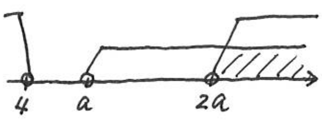
底の変換公式より．$\dfrac{\log_a(x-a)}{\log_a a^{\frac{1}{2}}}-\dfrac{\log_a 4}{\log_a a^2}>\log_a\left(2x+\frac{1}{2}a^2-4a\right)$

$\therefore \log_a\dfrac{(x-a)^2}{2}>\log_a\left(2x+\frac{1}{2}a^2-4a\right)$ $\cdots$ (*)

$0<a<1$ より．$\dfrac{(x-a)^2}{2}<2x+\frac{1}{2}a^2-4a$

$\therefore (x-2a)(x-4)<0$　$\therefore$ $\underline{2a<x<4}$ //　これは②をみたす．

(2) $a \geqq 4$のとき　①は　$x>a$ $\cdots$ ③　となる．



(*)より．$\dfrac{(x-a)^2}{2}>2x+\frac{1}{2}a^2-4a$

$\therefore$ $x>2a$　または　$x<4$ $\cdots$ ④　③,④より　$\underline{x>2a}$ //

(3) $1<a<4$のとき．①は $x>2a-\frac{1}{4}a^2$ $\cdots$ ⑤

(*)より．(i) $1<a \leqq 2$ のとき．$x<2a$ または $x>4$ $\cdots$ ⑥

⑤.⑥より．$2a-\frac{1}{4}a^2<x<2a$，$x>4$

(ii) $2<a<4$ のとき．$x>2a$ または $x<4$ $\cdots$ ⑦

⑤.⑦より．$2a-\frac{1}{4}a^2<x<4$，$x>2a$

したがって

$$\begin{cases} 2a-\frac{1}{4}a^2<x<2a,\ x>4 & (1<a \leqq 2 \text{のとき}) \\ 2a-\frac{1}{4}a^2<x<4,\ x>2a & (2<a<4 \text{のとき}) \end{cases}$$ //