2013年 法学部・人間環境学部 第2問

数理 石井K

2 a, b, cを定数とし，$-1<a<0$とする．2次関数$f(x)=ax^2+bx+c$のグラフが点$(2,\ -4)$と点$(0,\ 2)$を通るとする．さらに，この2次関数$y=f(x)$のグラフの頂点のy座標が4であるとする．このとき，次の問に答えよ．

(1) a, b, cの値を求めよ．

(2) $f(x)\geqq -3$となるxの値の範囲を求めよ．

(1) $(2,-4)$を通ることから．$-4=4a+2b+c$ …①

$(0,2)$を通ることから．$2=c$ …②

また，$f(x)=a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c$

$=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a}+c$ $\quad$ ∴頂点は$\left(-\frac{b}{2a},\ c-\frac{b^2}{4a}\right)$

∴ $c-\frac{b^2}{4a}=4$ …③

①，②より．$2a+b=-3$ …④

②，③より．$b^2=-8a$ …⑤

④，⑤より．$(2a+3)^2+8a=0$ $\quad$ ∴ $4a^2+20a+9=0$

∴ $(2a+1)(2a+9)=0$ $\quad$ $-1<a<0$ より．$\underline{a=-\frac{1}{2},\ b=-2,\ c=2}$ //

(2) (1)より．$-\frac{1}{2}x^2-2x+2\geqq -3$

∴ $x^2+4x-10\leqq 0$

∴ $\frac{-4-\sqrt{16+40}}{2}\leqq x\leqq\frac{-4+\sqrt{16+40}}{2}$

∴ $\underline{-2-\sqrt{14}\leqq x\leqq -2+\sqrt{14}}$ //