

2013年工・情報・環境学部(A)第1問



1 次の問いに答えよ。

(1) 2つのベクトル \vec{a} , \vec{b} において, $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$, $|\vec{a}-2\vec{b}|=7$ とする. このとき, $|2\vec{a}+\vec{b}|$ を求めよ.

(2) 方程式 $2\cos^2(x+\pi) + \sin(x+\frac{\pi}{2}) - 1 = 0$ を解け. ただし, $0 \leq x < 2\pi$ とする.

(3) $\frac{7}{2}$, $\log_2 11$, $\frac{3}{2} \log_2 5$ を小さい順に並べよ.

$$\begin{aligned} (1) \quad |\vec{a}-2\vec{b}|^2 &= |\vec{a}|^2 - 4\vec{a}\cdot\vec{b} + 4|\vec{b}|^2 \\ &= 40 - 4\vec{a}\cdot\vec{b} \end{aligned}$$

$$\therefore 40 - 4\vec{a}\cdot\vec{b} = 49$$

$$\therefore \vec{a}\cdot\vec{b} = -\frac{9}{4}$$

$$\begin{aligned} |2\vec{a}+\vec{b}|^2 &= 4|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 4\vec{a}\cdot\vec{b} \\ &= 16 + 9 - 9 \\ &= 16 \end{aligned}$$

$$\therefore |2\vec{a}+\vec{b}| = 4$$

$$\begin{aligned} (3) \quad \frac{7}{2} &= \log_2 2^{\frac{7}{2}} \\ &= \log_2 8\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \log_2 5 &= \log_2 5^{\frac{3}{2}} \\ &= \log_2 5\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$(8\sqrt{2})^2 = 128, \quad 11^2 = 121, \quad (5\sqrt{5})^2 = 125 \text{ ㊤}$$

$$\log_2 11 < \frac{3}{2} \log_2 5 < \frac{7}{2}$$

$$(2) \quad \cos(x+\pi) = -\cos x$$

$$\sin(x+\frac{\pi}{2}) = \cos x \text{ ㊤}$$

方程式は.

$$2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \text{ ㊤}$$

$$\therefore (2\cos x - 1)(\cos x + 1) = 0 \quad \begin{matrix} 2 & -1 \\ | & | \\ 1 & 1 \end{matrix} \times$$

$$\therefore \cos x = \frac{1}{2}, -1$$

$$0 \leq x < 2\pi \text{ ㊤}$$

$$x = \frac{\pi}{3}, \pi, \frac{5}{3}\pi$$