0001701098928999

東北工業大学

2013年 工・ライフデザイン 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ 円に内接する四角形ABCDがあり，AD = 5，BC = 10，対角線 BD = $\sqrt{91}$，∠BAD = 120° である．

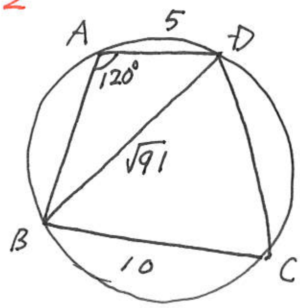
(1) AB = $\boxed{}\boxed{}$ 6 であり，三角形ABDの面積は $S_1 = \dfrac{\boxed{}\boxed{}\sqrt{3}}{2}$ 1 5 である．

(2) 三角形BCDの面積が $S_2 = \dfrac{45\sqrt{3}}{2}$ であれば，DC = $\boxed{}\boxed{}$ 9 である．

(3) この円の半径は $\dfrac{\sqrt{273}}{\boxed{}\boxed{}}$ 3 である．

(4) この円の中心をOとしたとき，三角形BODの面積は $S_3 = \dfrac{91\sqrt{3}}{\boxed{}\boxed{}}$ 1 2 である．

(1) AB = x とおくと 余弦定理より



$$(\sqrt{91})^2 = 5^2 + x^2 - 2\cdot 5\cdot x\cdot\cos 120^\circ$$

$$\therefore\ x^2 + 5x - 66 = 0$$

$$(x+11)(x-6) = 0 \qquad x>0 \text{ より}\quad \underline{AB = 6}$$

$$S_1 = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot 6\cdot\sin 120^\circ = \underline{\frac{15\sqrt{3}}{2}}$$

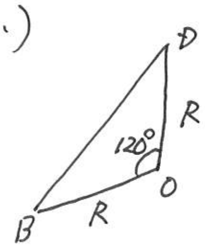
(2) 四角形ABCDは円に内接しているので，∠BCD = 60°

$$\therefore\ S_2 = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot DC\cdot\sin 60^\circ$$

$$= \frac{5}{2}\sqrt{3}\cdot DC \qquad \therefore\ \frac{5}{2}\sqrt{3}\,DC = \frac{45\sqrt{3}}{2} \qquad \therefore\ \underline{DC = 9}$$

(3) 正弦定理より $\dfrac{\sqrt{91}}{\sin 120^\circ} = 2R \qquad \therefore\ \underline{R = \dfrac{\sqrt{273}}{3}}$

(4) ∠BOD = 2・∠BCD （円周角の2倍が中心角なので）



$$\therefore\ \angle BOD = 120^\circ$$

$$\therefore\ S_3 = \frac{1}{2}\cdot\left(\frac{\sqrt{273}}{3}\right)^2\cdot\sin 120^\circ$$

$$= \underline{\frac{91\sqrt{3}}{12}}$$