



2013年 基幹理工・創造理工・先進理工 第2問

2 複素数  $z = 1 + 2\sqrt{6}i$  と自然数  $n = 1, 2, 3, \dots$  について、複素数  $z^n$  を実数  $a_n, b_n$  を用いて

$$z^n = a_n + b_n i$$

と表す。次の問に答えよ。

- (1)  $a_n^2 + b_n^2 = 5^{2n}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )であることを示せ。
- (2) すべての  $n$  について  $a_{n+2} = pa_{n+1} + qa_n$  が成り立つ定数  $p, q$  を求めよ。
- (3) どんな  $n$  についても  $a_n$  は5の整数倍でないことを示せ。
- (4)  $z^n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) は実数でないことを示せ。