

2013年文系第1問


 数理
石井K

1 $a = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{2}$, $b = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{2}$ とする. 次の空欄を埋めなさい.

(1) $a + b = \boxed{\sqrt{7}}$, $a \times b = \boxed{\frac{1}{2}}$ である.

(2) $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \boxed{12}$ である.

(3) $a^2 + b^2 = \boxed{6}$ である.

(4) $a^3 + b^3 = \boxed{\frac{11}{2}\sqrt{7}}$ である.

(5) $a^4 + b^4 = \boxed{\frac{71}{2}}$ である.

(1) $a + b = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{2} = \frac{2\sqrt{7}}{2} = \sqrt{7}$

(2) $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = \frac{a^2 + b^2}{ab} = \frac{(a+b)^2 - 2ab}{ab} = \frac{7 - 2 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{6}{\frac{1}{2}} = 12$

(3) $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$
 $= 7 - 2 \cdot \frac{1}{2}$
 $= 6$

(4) $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$
 $= 7\sqrt{7} - 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{7}$
 $= \frac{11}{2}\sqrt{7}$

(5) $a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2a^2b^2$
 $= 6^2 - 2 \cdot \frac{1}{4}$
 $= \frac{71}{2}$