愛知学院大学

2013年 歯・薬学部（中期） 第3問

数理 石井K

$\boxed{3}$ $0 \leqq x < 2\pi$, $0 \leqq y < 2\pi$ とする．

(1) 方程式 $\sin 2x + \sin x = 0$ の解は，

$$x = 0,\quad \frac{\boxed{ア}\,2}{\boxed{イ}\,3}\pi,\quad \pi,\quad \frac{\boxed{ウ}\,4}{\boxed{エ}\,3}\pi$$

である．ただし $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}} < \dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ とする．

(2) 連立方程式 $\sin x + \sin y = 1$, $\cos x - \cos y = \sqrt{3}$ の解は

$$x = \frac{\boxed{オ}\,1}{\boxed{カ}\,6}\pi,\quad y = \frac{\boxed{キ}\,5}{\boxed{ク}\,6}\pi$$

である．

(1) $\sin 2x = 2\sin x \cos x$ より

$\sin x\,(2\cos x + 1) = 0$

$\therefore$ $\sin x = 0$ または $\cos x = -\frac{1}{2}$

$0 \leqq x < 2\pi$ より，$\underline{x = 0,\ \frac{2}{3}\pi,\ \pi,\ \frac{4}{3}\pi}$ 〃

(2) それぞれの式の両辺を2乗して，

$\sin^2 x + 2\sin x \sin y + \sin^2 y = 1$ $\cdots$①

$\cos^2 x - 2\cos x \cos y + \cos^2 y = 3$ $\cdots$②

①＋② より，$2 - 2\cos(x+y) = 4$

$\therefore$ $\cos(x+y) = -1$

$0 \leqq x+y < 4\pi$ より，$x + y = \pi,\ 3\pi$ いずれの場合も $\sin y = \sin x$, $\cos y = -\cos x$ $\cdots$③

よって，$\sin x + \sin y = 1$ より，$\sin x = \frac{1}{2}$

$\cos x - \cos y = \sqrt{3}$ より，$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore$ $0 \leqq x < 2\pi$ より，$\underline{x = \frac{\pi}{6}}$ 〃 ③より，$\underline{y = \frac{5}{6}\pi}$ 〃