

2016年1期1日目第3問

3  $a$  を定数として、2次関数  $y = x^2 + 3ax + 6 - 2a$  とそのグラフを考える。このとき、次の各問の空欄に当てはまる最も適切な数値を記入せよ。

(1)  $a = 1$  のとき、この関数のグラフの頂点の座標は  $\left(-\frac{16}{17}, \frac{18}{19}\right)$  である。

(2) この関数のグラフが  $x$  軸と接するとき、 $a = \frac{-20 \pm \sqrt{21 \cdot 22}}{23}$  である。

(3)  $x = -2$  のとき、この関数は最小値をとる。このとき、 $a = \frac{24}{25}$ 、最小値は  $-\frac{26}{27}$  である。

(4) この関数の最小値が  $-7$  であるとき、 $a = \frac{28}{2}$  または  $a = -\frac{29}{30}$  である。

(1)  $a = 1$  のとき、 $y = x^2 + 3x + 4$

$$\therefore y = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \quad \therefore \text{頂点} \left(-\frac{3}{2}, \frac{7}{4}\right)$$

(2)  $x^2 + 3ax + 6 - 2a = 0$  の判別式を  $D$  とすると、グラフが

$$x \text{ 軸と接することより、} D = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore D &= (3a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (6 - 2a) \\ &= 9a^2 + 8a - 24 \end{aligned}$$

$$\therefore 9a^2 + 8a - 24 = 0 \text{ となり、} a = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 4 \cdot 9 \cdot 24}}{18} \quad \therefore a = \frac{-4 \pm 2\sqrt{58}}{9}$$

(3) 軸の方程式は、 $x = -\frac{3a}{2}$

$$\therefore -\frac{3a}{2} = -2 \text{ より } a = \frac{4}{3}$$

$$\begin{aligned} \text{このとき、} y &= (-2)^2 + 3 \cdot \frac{4}{3} \cdot (-2) + 6 - 2 \cdot \frac{4}{3} \\ &= -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

(4)  $y = \left(x + \frac{3}{2}a\right)^2 - \frac{9}{4}a^2 + 6 - 2a$

$$\therefore -\frac{9}{4}a^2 - 2a + 6 = -7$$

$$\therefore 9a^2 + 8a - 52 = 0$$

$$(9a + 26)(a - 2) = 0 \quad \therefore a = 2 \text{ または } a = -\frac{26}{9}$$