2011年 人文社会科学 第2問

2 以下の問いに答えよ．

(1) 自然数 n に関する次の命題を証明せよ．

(ｉ) n を3で割った余りが1ならば，n^2 を3で割った余りは1である．

(ii) n が3の倍数であることは，n^2 が3の倍数であるための必要十分条件である．

(2) 100から999までの3桁の自然数について，次の問いに答えよ．

(ｉ) 3種類の数字が現れるものは何個あるか．

(ii)) 0が現れないものは何個あるか．

(iii) 0または1が現れるものは何個あるか．

(3) 1から49までの自然数からなる集合を全体集合 U とする．U の要素のうち，50との最大公約数が1より大きいもの全体からなる集合を V，また，U の要素のうち，偶数であるもの全体からなる集合を W とする．いま A と B は U の部分集合で，次の2つの条件を満たすものとする．

(ア) $A \cup \overline{B} = V$

(イ) $\overline{A} \cap \overline{B} = W$

このとき，集合 A の要素をすべて求めよ．ただし，$\overline{A}$ と $\overline{B}$ はそれぞれ A と B の補集合とする．