


2012年3科型 第11問



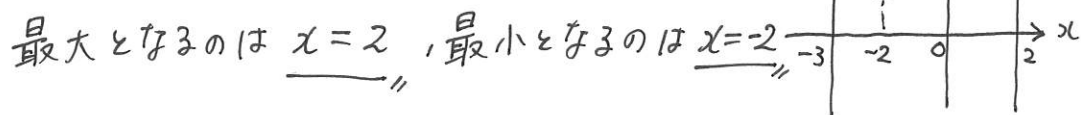
11 x の2次関数 $y = ax^2 + 4ax + b$ ($a > 0$) について次の各問に答えよ。

- (1) この関数のグラフの頂点の座標を a, b を用いて表せ。
 (2) この関数の値が $-3 \leq x \leq 2$ において、最大になるときと最小になるときの x の値をそれぞれ求めよ。
 (3) $-3 \leq x \leq 2$ におけるこの関数の最大値が3, 最小値が-5であるとき, 定数 a, b の値を求めよ。
 (4) (3) のとき, この2次関数のグラフの x 軸および y 軸との共有点を求めて, グラフを描け。

$$(1) \quad y = a(x^2 + 4x) + b \\ = a(x+2)^2 - 4a + b \quad \therefore \text{頂点は } (-2, b-4a)$$

(2) $a > 0$ なのを下に 

右グラフより。



(3) (2) より。

$$\text{最大値は } x=2 \text{ のとき. } 4a + 8a + b = 12a + b \quad \therefore 12a + b = 3 \dots \textcircled{1}$$

$$\text{最小値は } x=-2 \text{ のとき. } 4a - 8a + b = -4a + b \quad \therefore -4a + b = -5 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ より } 16a = 8 \quad \therefore a = \frac{1}{2} \text{ のとき } b = -3$$

$$(4) (3) \text{ のとき } y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 3$$

$$\therefore \frac{1}{2}x^2 + 2x - 3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -2 \pm \sqrt{4+2 \cdot 3}$$

$$\therefore x = -2 \pm \sqrt{10}$$

$\therefore (-2 \pm \sqrt{10}, 0)$ を通る。

また, $x=0$ のとき $y=-3$

頂点は (1) より $(-2, -5)$

