



2010年理系第5問

5 4で割ると余りが1である自然数全体の集合を  $A$  とする。すなわち,

$$A = \{4k + 1 \mid k \text{ は } 0 \text{ 以上の整数}\}$$

とする。次の問いに答えよ。

- (1)  $x$  および  $y$  が  $A$  に属するならば, その積  $xy$  も  $A$  に属することを証明せよ。
- (2) 0以上の偶数  $m$  に対して,  $3^m$  は  $A$  に属することを証明せよ。
- (3)  $m, n$  を 0以上の整数とする。  $m + n$  が偶数ならば  $3^m 7^n$  は  $A$  に属し,  $m + n$  が奇数ならば  $3^m 7^n$  は  $A$  に属さないことを証明せよ。
- (4)  $m, n$  を 0以上の整数とする。  $3^{2m+1} 7^{2n+1}$  の正の約数のうち  $A$  に属する数全体の和を  $m$  と  $n$  を用いて表せ。