



2013年理系第5問

5 次の問いに答えよ。ただし、 $e$  は自然対数の底である。

(1)  $x \geq 2$  のとき、 $x^4 e^{-3x} \leq 16e^{-6}$  を示せ。また、これを用いて  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 e^{-3x}$  を求めよ。

(2)  $k$  を定数とする。 $x > 0$  の範囲で方程式

$$x e^{-3x} = \frac{k}{x^2}$$

がちょうど2つの解  $\alpha, \beta$  ( $\alpha < \beta$ ) をもつような  $k$  の値の範囲を求めよ。

(3) (2) の  $\alpha, \beta$  が  $\beta = 2\alpha$  を満たすとき、曲線  $y = x e^{-3x}$  ( $x > 0$ ) と曲線  $y = \frac{k}{x^2}$  ( $x > 0$ ) で囲まれた部分の面積を求めよ。