



2016年理系第4問

4 xy 平面上に原点を出発点として動く点 Q があり、次の試行を行う。

1枚の硬貨を投げ、表が出たら Q は x 軸の正の方向に1、裏が出たら y 軸の正の方向に1動く。ただし、点 $(3, 1)$ に到達したら Q は原点に戻る。

この試行を n 回繰り返した後の Q の座標を (x_n, y_n) とする。次の問いに答えよ。

- (1) $(x_4, y_4) = (0, 0)$ となる確率を求めよ。
- (2) $(x_8, y_8) = (5, 3)$ となる確率を求めよ。
- (3) $x_8 + y_8 \leq 4$ となる確率を求めよ。
- (4) $x_{4n} + y_{4n} \leq 4k$ となる確率を n と k で表せ。ここで k は n 以下の自然数とする。

(1) 4回投げて Q が原点にあるのは、4回目に $(3, 1)$ に到達する場合のみなので

表が3回、うらが1回出るので

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 \cdot 4C_1 = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$$

(2) 表とうらの出方は全部で $2^8 = 256$ 通り

このうち表が5回、うらが3回出るのは、 $8C_3 = 56$ 通り

そのうち、 $(3, 1)$ に到達するのは、 $4C_1 \times 4C_2 = 24$ 通り

$$\therefore \frac{56-24}{256} = \underline{\underline{\frac{1}{8}}}$$

(3) $x_8 + y_8 \leq 4$ となるのは、 $(3, 1)$ に到達する場合のみなので

$$(1) \text{より, } \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$$

(4) 4回目, 8回目, 12回目, \dots , $4(n-k)$ 回目のすべてで $(3, 1)$ に到達するので

$$\underline{\underline{\left(\frac{1}{4}\right)^{n-k}}}$$