

2014年医学部第3問

3 以下の問いに答えよ。

(1) r は自然数, n は r より大きい整数とする. 2項係数 ${}_{k+r}C_r$ ($k = 0, 1, \dots, n-r$) の次の等式を示せ.

$$\sum_{k=0}^{n-r} {}_{k+r}C_r = {}_{n+1}C_{r+1}$$

以下整数 n ($n \geq 2$) に対し, 次の確率分布に従う確率変数 X を考える.

$$P(X = k) = \frac{{}_{k+1}C_1}{{}_{n+1}C_2} \quad (k = 0, 1, \dots, n-1)$$

(2) X の期待値 $\mu_n = E(X)$ を求めよ. また, $P(X \geq m) \geq \frac{1}{2}$ を満たす最大の整数 m を M_n とするとき, 極限値 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{M_n}{\mu_n}$ を求めよ.