

2014年医学部第3問

3 以下の問いに答えよ。

(1)  $r$  は自然数,  $n$  は  $r$  より大きい整数とする. 2項係数  ${}_{k+r}C_r$  ( $k = 0, 1, \dots, n-r$ ) の次の等式を示せ.

$$\sum_{k=0}^{n-r} {}_{k+r}C_r = {}_{n+1}C_{r+1}$$

以下整数  $n$  ( $n \geq 2$ ) に対し, 次の確率分布に従う確率変数  $X$  を考える.

$$P(X = k) = \frac{{}_{k+1}C_1}{{}_{n+1}C_2} \quad (k = 0, 1, \dots, n-1)$$

(2)  $X$  の期待値  $\mu_n = E(X)$  を求めよ. また,  $P(X \geq m) \geq \frac{1}{2}$  を満たす最大の整数  $m$  を  $M_n$  とするとき, 極限値  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{M_n}{\mu_n}$  を求めよ.