宮崎大学

2016年 医学部 第5問

$\boxed{5}$ $k>0$，$0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ とする．座標平面上の原点O，点A(0，1)に対し，第一象限の点Pを，$\angle \mathrm{AOP}=\theta$ を満たすように円 $D: x^2+y^2=1$ 上にとり，直線OPと直線 $x=k\theta$ との交点をQとする．θ を $0<\theta<\dfrac{\pi}{2}$ の範囲で動かすときの点Qの軌跡を曲線 $y=f(x)$ とし，関数 $y=g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$ で定める曲線を C とする．このとき，次の各問に答えよ．

(1) $r(\theta)=\mathrm{OQ}$ とするとき，$\displaystyle\lim_{\theta\to+0} r(\theta)$ の値を求めよ．

(2) 点Qがつねに円 D の内部にあるための k の条件を求めよ．

(3) 関数 $g(x)$ の増減と凹凸を調べ，曲線 C の概形をかけ．

(4) 曲線 C と x 軸および2直線 $x=\dfrac{\pi}{4}k$，$x=\dfrac{\pi}{3}k$ とで囲まれた図形を x 軸のまわりに1回転させてできる立体の体積を，k を用いて表せ．