

2016年文系第4問

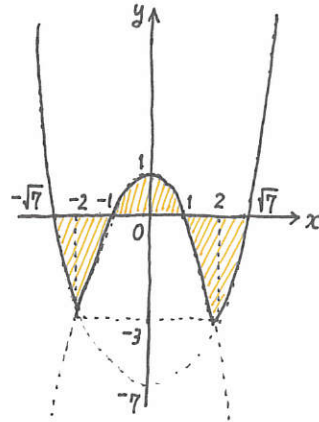
4 関数 $f(x) = |x^2 - 4| - 3$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 方程式 $f(x) = 0$ の解を求めよ。
 (2) 関数 $y = f(x)$ のグラフをかけ。
 (3) 関数 $y = f(x)$ のグラフと x 軸とで囲まれた部分の面積を求めよ。

$$\begin{aligned} (1) f(x) = 0 &\Leftrightarrow |x^2 - 4| = 3 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 4 = \pm 3 \\ &\Leftrightarrow x^2 = 1, 7 \end{aligned}$$

$$\therefore \underline{x = \pm 1, \pm\sqrt{7}}$$

- (2) $x < -2, 2 < x$ のとき, $f(x) = x^2 - 7$
 $-2 \leq x \leq 2$ のとき, $f(x) = -x^2 + 1$
 $\therefore y = f(x)$ のグラフは右のようになる。



- (3) y 軸に関して対称なので

$$\begin{aligned} S &= 2 \int_0^1 -x^2 + 1 \, dx + 2 \int_1^2 x^2 - 1 \, dx + 2 \int_2^{\sqrt{7}} -x^2 + 7 \, dx \\ &= 2 \left[-\frac{x^3}{3} + x \right]_0^1 + 2 \left[\frac{x^3}{3} - x \right]_1^2 + 2 \left[-\frac{x^3}{3} + 7x \right]_2^{\sqrt{7}} \\ &= 2 \left(-\frac{1}{3} + 1 \right) + 2 \left(\frac{8}{3} - 2 - \frac{1}{3} + 1 \right) + 2 \left(-\frac{7\sqrt{7}}{3} + 7\sqrt{7} + \frac{8}{3} - 14 \right) \\ &= \frac{4}{3} + \frac{8}{3} + \frac{28\sqrt{7}}{3} - \frac{68}{3} \\ &= \underline{\underline{\frac{28}{3}(\sqrt{7} - 2)}} \end{aligned}$$