



2015年 第7問

7  $n = 1, 2, 3, \dots$  に対し,  $x$  の関数  $f_n(x)$  を

$$f_n(x) = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k-1}}{k} x^k = x + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} x^n$$

で定める. ただし,  $0 \leq x < 1$  とする. 以下の問いに答えよ.

- (1)  $\left| f_{n+1}\left(\frac{1}{2}\right) - f_n\left(\frac{1}{2}\right) \right| \leq \frac{1}{1000(n+1)}$  を満たすような  $n$  の最小値を求めよ.
- (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n'(x)$  を求めよ.
- (3)  $n$  が偶数であるとき, 不等式  $f_n(x) \leq \log(x+1)$  を示せ.