

2013年薬学部(A日程)第4問



4 a を正の実数とする。関数 $y = f(x) = 2x^3 - 6a^2x$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $a = 1$ のとき、関数 $y = f(x)$ 上の点 $(2, 4)$ における接線の方程式を求めよ。
 (2) 関数 $y = f(x)$ のグラフが原点に関して点対称であることを示せ。
 (3) 関数 $f(x)$ が極大となるグラフ上の点を通り、 x 軸と平行な直線が、再びこのグラフと交わる点の座標を求めよ。

$$(1) f'(x) = 6x^2 - 6a^2$$

$$\therefore a = 1 \text{ のとき } f'(x) = 6x^2 - 6$$

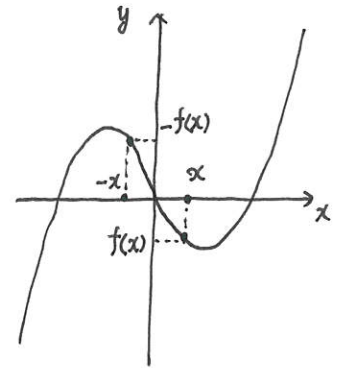
$$\therefore f'(2) = 18 \quad \therefore \text{接線は } y = 18(x-2) + 4 \quad \therefore \underline{y = 18x - 32}$$

$$(2) f(-x) = 2(-x)^3 - 6a^2(-x)$$

$$= -2x^3 + 6a^2x$$

$$= -f(x)$$

$\therefore y = f(x)$ のグラフは原点に関して点対称である \blacksquare



$$(3) f'(x) = 6(x-a)(x+a)$$

$\therefore a > 0$ より増減表は右のようになる。

$$f(-a) = -2a^3 + 6a^3 = 4a^3$$

\therefore 極大となる点のは $(-a, 4a^3)$

\therefore この点を通り、 x 軸と平行な直線は $y = 4a^3$

$$\therefore 2x^3 - 6a^2x - 4a^3 = 0 \quad \leftarrow x = -a \text{ で割り切れるから、}(x+a)^2 \text{ で割り切れる}$$

$$\therefore 2(x+a)^2(x-2a) = 0$$

$$\therefore \underline{(2a, 4a^3)}$$

x	\dots	$-a$	\dots	a	\dots
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	\nearrow		\searrow		\nearrow

極大

$$\begin{array}{r}
 x-2a \\
 \hline
 x^2+2ax+a^2 \bigg) x^3-3a^2x-2a^3 \\
 \underline{x^3+2ax^2+a^2x} \\
 -2ax^2-4a^2x-2a^3 \\
 \underline{-2ax^2-4a^2x-2a^3} \\
 0
 \end{array}$$