



2015年 理工学部 第2問

2 数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$, $\{c_n\}$, $\{d_n\}$ は, 初項がそれぞれ $a_1 = a$, $b_1 = b$, $c_1 = c$, $d_1 = d$ で与えられ, 漸化式

$$a_{n+1} = 2a_n + b_n, \quad b_{n+1} = a_n + 2b_n, \quad c_{n+1} = 2c_n + d_n, \quad d_{n+1} = c_n + 2d_n$$

を満たす. ただし, a, b, c, d は $\frac{c}{a} < \frac{d}{b}$ を満たす正の数とする.

- (1) $\frac{c}{a} < \frac{c+d}{a+b} < \frac{d}{b}$ が成り立つことを証明せよ.
- (2) すべての自然数 n について $\frac{c_n}{a_n} < \frac{d_n}{b_n}$ が成り立つことを, 数学的帰納法によって証明せよ.
- (3) $a = 2, b = 1$ のとき, 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ.