



2015年工学部第3問

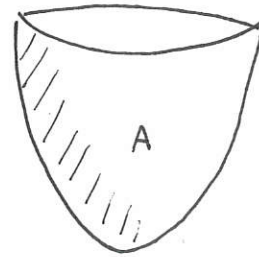
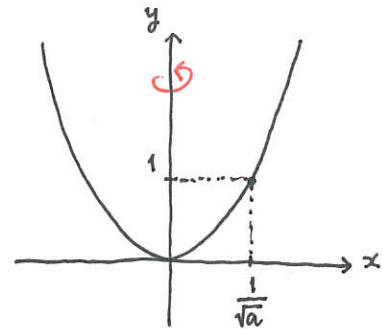
3 放物線 $y = ax^2$ ($a > 0$) を y 軸のまわりに1回転させてできる容器 A と、容積 V のコップ B がある。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 空の容器 A にコップ B 1 杯分の水を注いだら、水深が1となった。このとき、 a を V を用いて表せ。ただし、回転軸は水面と垂直であるとする。
- (2) あとコップ B 何杯分の水を容器 A に注いだら、水深が2となるか。

$$(1) \quad x^2 = \frac{y}{a} \quad \text{より}$$

$$\begin{aligned} V &= \int_0^1 \pi \cdot \frac{y}{a} dy \\ &= \frac{\pi}{a} \left[\frac{y^2}{2} \right]_0^1 \\ &= \frac{\pi}{2a} \end{aligned}$$

$$\therefore a = \frac{\pi}{2V} //$$



(2) 水深が2となるために必要な水の体積を V' とおくと、

$$\begin{aligned} V' &= \int_0^2 \pi \cdot \frac{y}{a} dy \\ &= \frac{\pi}{a} \left[\frac{y^2}{2} \right]_0^2 \\ &= \frac{2\pi}{a} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{V' - V}{V} = \frac{\frac{2\pi}{a}}{\frac{\pi}{2a}} - 1 = \underline{\underline{3 \text{ 杯}}}$$