



2011年第3問

3 平面上に点 O を中心とする半径 1 の円 S と S に内接する正三角形 ABC がある。以下の問に答えよ。

- (1) 内積 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ の値を求めよ。
- (2) \vec{OC} を \vec{OA} と \vec{OB} を用いて表せ。
- (3) 平面上の任意の点 P に対して、以下の不等式が成り立つことを示せ。

$$AP^2 + BP^2 + CP^2 \geq 3$$

また、等号が成り立つのはどのようなときか答えよ。

- (4) 円 S の周上の任意の点 Q に対して、

$$(\vec{OA} \cdot \vec{OQ})^2 + (\vec{OB} \cdot \vec{OQ})^2 + (\vec{OC} \cdot \vec{OQ})^2 = \frac{3}{2}$$

となることを示せ。

- (5) 円 S の周上の任意の点 Q に対して、

$$AQ^4 + BQ^4 + CQ^4$$

の値を求めよ。