



2013年理系第4問

4 数列  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  を

$$a_n = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} e^{n \sin \theta} d\theta, \quad b_n = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} e^{n \sin \theta} \cos \theta d\theta \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定める。ただし、 $e$  は自然対数の底とする。

- (1) 一般項  $b_n$  を求めよ。
- (2) すべての  $n$  について、 $b_n \leq a_n \leq \frac{2}{\sqrt{3}} b_n$  が成り立つことを示せ。
- (3)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \log(na_n)$  を求めよ。ただし、対数は自然対数とする。