

2016年 第5問



5 放物線 $y = -\frac{x^2}{3} + 2x + 9$ について、次の設問に答えよ。

- (1) 頂点および x 軸、 y 軸との交点の座標を求め、放物線の概形を描け。
 (2) 第1象限の放物線と x 軸、 y 軸とで囲まれた図形の面積を求めよ。

$$\begin{aligned} (1) \quad y &= -\frac{1}{3}(x^2 - 6x) + 9 \\ &= -\frac{1}{3}(x-3)^2 + 3 + 9 \\ &= -\frac{1}{3}(x-3)^2 + 12 \end{aligned}$$

\therefore 頂点は $(3, 12)$, $x=0$ を代入して $y=9$

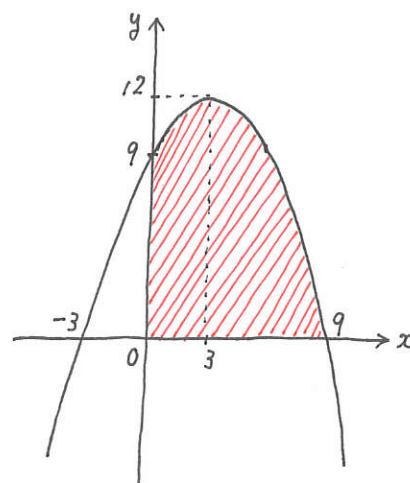
$$y=0 \text{ を代入すると } -\frac{x^2}{3} + 2x + 9 = 0$$

$$\therefore x^2 - 6x - 27 = 0$$

$$(x-9)(x+3) = 0$$

$\therefore x$ 軸との交点は $(-3, 0)$ と $(9, 0)$

\therefore 右図のようになる。



$$\begin{aligned} (2) \quad S &= \int_0^9 -\frac{x^2}{3} + 2x + 9 \, dx \\ &= \left[-\frac{x^3}{9} + x^2 + 9x \right]_0^9 \\ &= -81 + 81 + 81 \\ &= \underline{\underline{81}} \end{aligned}$$