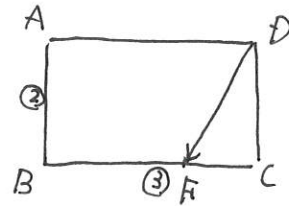


2013年第6問



6 長方形 ABCD において、 $AB:BC = 2:3$  であるとき、次の問いに答えよ。

- (1) 辺 BC 上に  $BF:FC = 2:1$  となる点 F をとる。ベクトル  $\overrightarrow{AB}$  を  $\vec{a}$ 、ベクトル  $\overrightarrow{BC}$  を  $\vec{b}$  とするとき、ベクトル  $\overrightarrow{DF}$  を  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  を用いて表せ。
- (2) 辺 AB 上に  $DF \perp CE$  となる点 E をとるとき、 $AE:EB$  を求めよ。



$$(1) \overrightarrow{AF} = \vec{a} + \frac{2}{3} \vec{b}$$

$$\begin{aligned} \therefore \overrightarrow{DF} &= \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{AD} \\ &= \vec{a} + \frac{2}{3} \vec{b} - \vec{b} \\ &= \underline{\underline{\vec{a} - \frac{1}{3} \vec{b}}}} \end{aligned}$$

$$(2) \overrightarrow{AE} = k\vec{a} \quad (0 < k < 1) \text{ とおくと}$$

$$\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AC} = k\vec{a} - (\vec{a} + \vec{b}) = (k-1)\vec{a} - \vec{b}$$

$$\therefore DF \perp CE \iff \overrightarrow{DF} \cdot \overrightarrow{CE} = 0 \text{ より}$$

$$\overrightarrow{DF} \cdot \overrightarrow{CE} = (k-1)|\vec{a}|^2 - \vec{a} \cdot \vec{b} - \frac{1}{3}(k-1)\vec{a} \cdot \vec{b} + \frac{1}{3}|\vec{b}|^2$$

$$\text{ここで } \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \text{ なのだから}$$

$$(k-1)|\vec{a}|^2 + \frac{1}{3}|\vec{b}|^2 = 0$$

$$(k-1)|\vec{a}|^2 + \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{4}|\vec{a}|^2 = 0$$

$$\therefore k-1 + \frac{3}{4} = 0 \quad \therefore k = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \underline{\underline{AE:EB = 1:3}}$$