

2013年 教育学部 (中等数学) 第1問

1 以下の問いに答えよ。

(1) $a > 0$, $b > 0$ とする. $a \neq b$ であるための必要十分条件は,

$$\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$$

であることを示せ.

(2) $a > 0$, $b > 0$, $a \neq b$ とする.

$$p = a + b - \sqrt{ab}, \quad q = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{\sqrt{ab}}$$

とおくとき, $pq > 1$ であることを示せ. ただし, 必要があれば, (1) の結果を用いてよい.(3) $a > 0$, $b > 0$, $ab > 1$ とする. x の2次方程式

$$x^2 - \left(a + \sqrt{\frac{a}{b}}\right)x + \frac{a}{b} = 0$$

は, 相異なる2つの正の実数解をもつことを示せ.