

2014年第3問

3 初項3, 公比2の等比数列を  $\{a_n\}$  とし,

$$S_n = \sum_{i=1}^n (\log_{a_i} 2) \cdot (\log_{a_{i+1}} 2) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

とする. 次の問いに答えよ.

- (1) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ.
- (2)  $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}$  が  $x$  についての恒等式になる定数  $A, B$  を求めよ.
- (3)  $S_n < \log_3 2$  となることを示せ.
- (4)  $|S_n - \log_3 2| < \frac{1}{1000}$  となる最小の  $n$  を求めよ.