



2014年文系第3問

3 関数  $f(x)$  を

$$f(x) = [x] + 2(x - [x]) - (x - [x])^2$$

と定める。ここで、 $[x]$  は  $n \leq x$  を満たす最大の整数  $n$  を表す。

- (1)  $f(x) \geq x$  であることを示せ。
- (2)  $f(x+1) = f(x) + 1$  であることを示せ。
- (3)  $0 \leq x \leq 2$  において、 $y = f(x)$  のグラフを描け。
- (4)  $0 \leq a < 1$  とするとき、 $\int_a^{a+1} f(x) dx$  を求めよ。