北里大学

2014年 理学部 第3問

$\boxed{3}$ 次の文中の $\boxed{ア}$ 〜 $\boxed{フ}$ にあてはまる最も適切な数を答えなさい．

曲線 C を $y = x^2 - 6x + 13$ とし，曲線 C の接線で点 $(p,\ 0)$ を通るものを考える．接点の x 座標を α とすると，接線の傾きは $\boxed{ア}\alpha + \boxed{イ}$，接点の座標は $\left(\alpha,\ \boxed{ウ}\alpha^2 + \boxed{エ}\alpha + \boxed{オ}\boxed{カ}\right)$ であるから，接線の方程式は，

$$y = \left(\boxed{ア}\alpha + \boxed{イ}\right)x + \boxed{キ}\alpha^2 + \boxed{ク}\alpha + \boxed{ケ}\boxed{コ}$$

と表される．この直線が点 $(p,\ 0)$ を通ることから α は次の2次方程式

$$\alpha^2 + \boxed{サ}p\alpha + \boxed{シ}p + \boxed{ス}\boxed{セ} = 0$$

を満たす．この方程式は2つの解を持つから接線は2本存在し，傾きが正である接線の方程式は，

$$y = \boxed{ソ}\left(p + \boxed{タ} + \sqrt{p^2 + \boxed{チ}p + \boxed{ツ}\boxed{テ}}\right)\left(x + \boxed{ト}p\right)$$

と表される．

任意の x における曲線 C の y 座標と接線の y 座標の差は，両者が $x = \alpha$ で接しているので，

$$(x - \alpha)^2$$

と書ける．これを用いると，曲線 C と2本の接線で囲まれた部分の面積 S は，

$$S = \frac{\boxed{ナ}}{\boxed{ニ}}\left(p^2 + \boxed{チ}p + \boxed{ツ}\boxed{テ}\right)^{\frac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}}}$$

である．p を変化させるとき，S は $p = \boxed{ノ}$ で最小値 $\dfrac{\boxed{ハ}\boxed{ヒ}}{\boxed{フ}}$ をとる．