

2011年理工B方式第5問

5 曲線 $y = e^{-x}$ 上の点 $(1, e^{-1})$ における接線と x 軸の交点を $(a_1, 0)$ とする。次に、 $y = e^{-x}$ 上の点 (a_1, e^{-a_1}) における接線と x 軸の交点を $(a_2, 0)$ とする。以下、同様に a_n ($n = 3, 4, 5, \dots$) を定める。次の問に答えよ。

- (1) a_1 を求めよ。
- (2) a_n を求めよ。
- (3) 曲線上の点 (a_n, e^{-a_n}) における接線と、直線 $x = a_n$ および x 軸で囲まれた三角形の面積を S_n とする。
 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$ を求めよ。