高崎経済大学

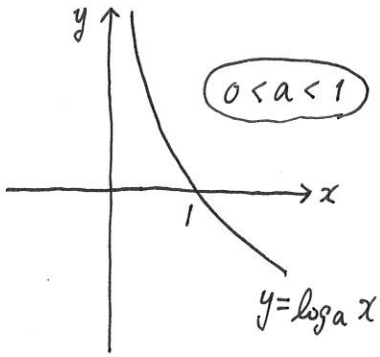
2010年 経済・地域政策 第4問

数理 石井K

4 以下の問に答えよ.

(1) 不等式 $\log_{\frac{1}{2}} x > 0$ を解け.

(2) 不等式 $\log_{\frac{1}{2}} x > \log_x \frac{1}{2}$ を解け. ただし, $x \neq 1$ とする.



(1)

右のグラフより. $0 < x < 1$ //

(2) 底の変換公式より.

$$\log_x \frac{1}{2} = \frac{\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}}{\log_{\frac{1}{2}} x} = \frac{1}{\log_{\frac{1}{2}} x}$$

また, 真数条件より. $x > 0$

$$\therefore \log_{\frac{1}{2}} x > \frac{1}{\log_{\frac{1}{2}} x} \quad \cdots (*)$$

(i) $0 < x < 1$ のとき

(1)より $\log_{\frac{1}{2}} x > 0$ なので (*)は $\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)^2 > 1$

$\therefore \log_{\frac{1}{2}} x > 1$, $\log_{\frac{1}{2}} x < -1 \iff 0 < x < \frac{1}{2}$, $x > 2$

$0 < x < 1$ より. $0 < x < \frac{1}{2}$

(ii) $x > 1$ のとき

(1)より $\log_{\frac{1}{2}} x < 0$ なので (*)は $\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)^2 < 1$

$\therefore -1 < \log_{\frac{1}{2}} x < 1 \iff \frac{1}{2} < x < 2$

$x > 1$ より. $1 < x < 2$

(i), (ii) より. $0 < x < \frac{1}{2}$, $1 < x < 2$ //