



2010 年 第 5 問

5  $a$  を正の実数とし,  $b$  を負の実数とする.  $xy$  平面上の直線  $C_1: y = x$  と放物線  $C_2: y = ax^2 + bx$  を考える.  $C_1$  と  $C_2$  は 2 点で交わり,  $C_1$  と  $C_2$  の囲む図形の面積を  $S$  とする. 以下の問に答えよ.

(1)  $a$  を  $S$  と  $b$  を用いて表せ.

(2)  $C_1$  と  $C_2$  の交点の座標を  $(p_1, q_1), (p_2, q_2)$  (ここで  $p_1 < p_2$ ) とし,  $L = p_2 - p_1$  とおく.  $p_1 \leq x \leq p_2$  における  $ax^2 + bx$  の最小値の絶対値を  $T$  とする.  $S$  の値が一定になるように  $a$  と  $b$  を変化させたとき,  $\frac{T-L}{L^3}$  の最小値を  $S$  を用いて表せ.