2015年 経済学部 第4問

数理 石井K

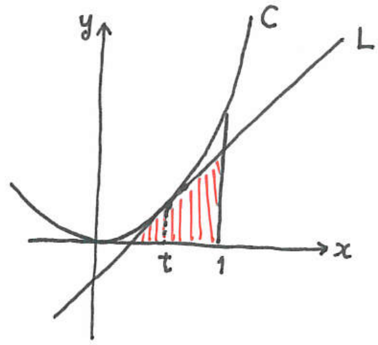
$\boxed{4}$ 放物線 $C : y = x^2$ 上の点 $\mathrm{P}(t,\ t^2)$ に対して，P における C の接線を L とする．t が $0 < t \leqq 1$ の範囲を動くとき，L と直線 $x = 1$ と x 軸とで囲まれる三角形の面積の最大値と，最大値を与える t の値を求めよ．

$y' = 2x$ より．$L : y = 2t(x-t) + t^2$

$\therefore L : y = 2tx - t^2$

$\therefore L$ と $x = 1$ の交点は $(1,\ 2t - t^2)$

L と x 軸との交点は $\left(\frac{1}{2}t,\ 0\right)$



$\therefore S(t) = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{2}t\right)\cdot(2t - t^2)$

$= \frac{1}{4}t(t-2)^2$

$= \frac{1}{4}t^3 - t^2 + t$

$\therefore S'(t) = \frac{3}{4}t^2 - 2t + 1$

$\therefore S'(t) = 0$ となるのは，$t = 2,\ \frac{2}{3}$　　$0 < t \leqq 1$ より　$t = \frac{2}{3}$ のとき．

$\therefore$ 最大値は $\frac{8}{27}$ （$t = \frac{2}{3}$ のとき）//

t	(0)	$\cdots$	$\frac{2}{3}$	$\cdots$	1
$S'(t)$		$+$	0	$-$	
$S(t)$	(0)	$\nearrow$	$\frac{8}{27}$	$\searrow$	$\frac{1}{4}$