2013年 理系全学部日程 第3問

$\boxed{3}$ 定数 a $(a > 1)$ に対して曲線 $y = a^x$，x 軸および y 軸，直線 $x = 1$ で囲まれた図形を S とし，曲線 $y = a^{2x}$，曲線 $y = a^x$ および直線 $x = 1$ で囲まれた図形を D とする．次の問いに答えよ．

(1) S を x 軸のまわりに回転させてできる回転体の体積 $V(a)$ を求めよ．

(2) D を x 軸のまわりに回転させてできる回転体の体積 $W(a)$ を求めよ．

(3) $V(a) = W(a)$ となる a の値を求めよ．

(4) 極限値 $\displaystyle\lim_{a \to 1+0} \frac{W(a)}{a-1}$ を求めよ．