

2013年 経済学部 第4問


 数理
石井K

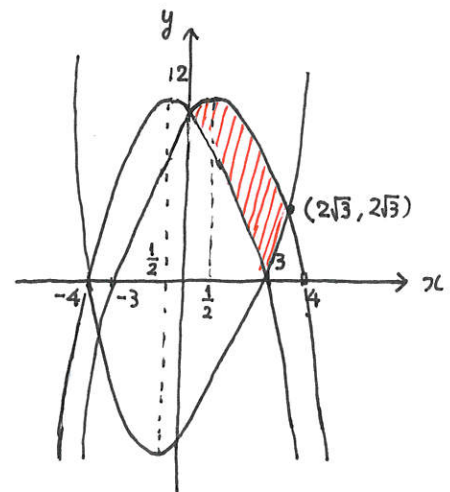
4 3つの実数 $x, y, 12 - x^2$ を3辺の長さとする三角形が描けるような点 $P(x, y)$ が存在する領域を平面上に図示せよ。また、その領域の面積を求めよ。

三角形の成立条件より

$$\begin{cases} x + y > 12 - x^2 \\ x + 12 - x^2 > y \\ y + 12 - x^2 > x \end{cases} \iff \begin{cases} y > -x^2 - x + 12 \\ y < -x^2 + x + 12 \\ y > x^2 + x - 12 \end{cases}$$

∴ 求める領域は右のグラフの

斜線部分、ただし境界線は含まない



$$S = \int_0^3 -x^2 + x + 12 - (-x^2 - x + 12) dx$$

$$+ \int_3^{2\sqrt{3}} -x^2 + x + 12 - (x^2 + x - 12) dx$$

$$= \int_0^3 2x dx + \int_3^{2\sqrt{3}} -2x^2 + 24 dx$$

$$= \left[x^2 \right]_0^3 + \left[-\frac{2}{3}x^3 + 24x \right]_3^{2\sqrt{3}}$$

$$= 9 - \frac{2}{3} \cdot 12 \cdot 2\sqrt{3} + 24 \cdot 2\sqrt{3} + 18 - 72$$

$$= \underline{\underline{32\sqrt{3} - 45}} //$$