



2013年教育学部（算数・技術）第8問

8 r を1より大きい実数とする．半径1の円 C の周上に点 Q をとる．最初に円 C の中心 P は座標平面の $(0, 1)$ ，点 Q は $(0, 2)$ にあるものとし，円 C が x 軸に接しながら x 軸の正の方向にすべることなく転がっていく．角 θ ラジアンだけ回転したとき，半直線 PQ 上に $PR = r$ となる点 R をとる． θ を0から 2π まで動かしたときの R の軌跡を考える．

- (1) α, β は $0 \leq \alpha < \beta \leq 2\pi$ をみたし， $\theta = \alpha$ のときの R の座標と $\theta = \beta$ のときの R の座標とが一致するものとする． $t = \frac{\beta - \alpha}{2}$ とおくととき， r を t を用いて表せ．
- (2) (1)において， θ を α から β まで動かしたときの R の軌跡によって囲まれた図形の面積を S とする． S を t を用いて表せ．
- (3) $\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{S}{r^2}$ を求めよ．