0002061908397999

学習院大学

2015年 理学部 第4問

数理 石井K

$\boxed{4}$ （新課程履修者）$a>0$ とする．複素平面上で等式

$$|z-ia|=\frac{z-\overline{z}}{2i}$$

を満たす点 z 全体の表す図形を C とする．ただし，i は虚数単位で，$\overline{z}$ は z と共役な複素数を表す．

(1) $z=x+iy$ と表すとき，C の方程式を $y=f(x)$ の形で表せ．

(2) C 上の点 z で

$$|z-(2+2i)|=|z+(2+2i)|$$

を満たすものを求めよ．

(1) $|x+i(y-a)|=\dfrac{x+iy-(x-iy)}{2i}$

$\therefore \sqrt{x^2+(y-a)^2}=\dfrac{2y\cdot i}{2i}$

$\therefore \sqrt{x^2+(y-a)^2}=y$

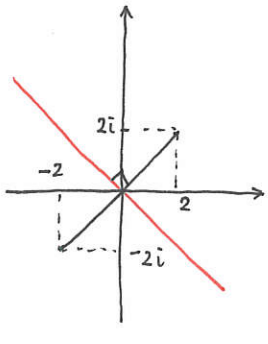
$\therefore y\geqq 0$ かつ $x^2+y^2-2ay+a^2=y^2$

$\therefore \underline{y=\dfrac{x^2}{2a}+\dfrac{a}{2}}$ //

(2) $|z-(2+2i)|=|z+(2+2i)|$ を満たす z は，

点 $2+2i$ と点 $-(2+2i)$ から等キョリにある点であるから，

$z=x+iy$ と表すと，x,y は，$y=-x$ の関係をみたす．



これを(1)で求めた式に代入して，

$-x=\dfrac{x^2}{2a}+\dfrac{a}{2} \iff (x+a)^2=0$

$\iff x=-a$

このとき，$y=a$

よって，$\underline{z=-a+ia}$ //